Sobre algumas constantes da Análise Funcional e aplicações

Daniel Pellegrino

Universidade Federal da Paraiba, Brazil

Academia Brasileira de Ciências
Rio de Janeiro, 5 de novembro de 2012

Matemática pura versus aplicações

Matemática pura versus aplicações

G. H. Hardy (1877-1947), famoso matemático britânico, é o autor da célebre frase:

Matemática pura versus aplicações

G. H. Hardy (1877-1947), famoso matemático britânico, é o autor da célebre frase:

"I have never done anything 'useful'. No discovery of mine has made, or is likely to make, directly or indirectly, for good or ill, the least difference to the amenity of the world."

Matemática pura versus aplicações

G. H. Hardy (1877-1947), famoso matemático britânico, é o autor da célebre frase:

"I have never done anything 'useful'. No discovery of mine has made, or is likely to make, directly or indirectly, for good or ill, the least difference to the amenity of the world."

Entretanto, seu trabalho hoje tem aplicações importantes em genética das populações (princípio de Hardy–Weinberg) e física (fórmula assintótica de Hardy–Ramanujan).

Matemática pura versus aplicações

...nessa palestra teremos mais um exemplo (mais modesto, obviamente) nessa linha...

Que constantes nos interessam nessa palestra?

Que constantes nos interessam nessa palestra?

- As constantes que investigamos são as constantes da Desigualdade de Bohnenblust–Hille (devidas a Henri Frédéric Bohnenblust e Einar Hille).....

Que constantes nos interessam nessa palestra?

- As constantes que investigamos são as constantes da Desigualdade de Bohnenblust–Hille (devidas a Henri Frédéric Bohnenblust e Einar Hille)..... .....publicadas em 1931, no Annals of Mathematics.

Que constantes nos interessam nessa palestra?

- As constantes que investigamos são as constantes da Desigualdade de Bohnenblust–Hille (devidas a Henri Frédéric Bohnenblust e Einar Hille)..... .....publicadas em 1931, no Annals of Mathematics.

- Na época, a desigualdade de Bohnenblust–Hille destacou-se como uma ferramenta essencial para a solução de um antigo problema de H. Bohr (1913) sobre séries de Dirichlet.

Pré-história da desigualdade de Bohnenblust–Hille

Pré-história da desigualdade de Bohnenblust–Hille

O símbolo $\mathbb{K}$ denotará o corpo dos reais ou complexos.

Pré-história da desigualdade de Bohnenblust–Hille

O símbolo $\mathbb{K}$ denotará o corpo dos reais ou complexos.

(1930, Quart. J. Math (Oxford)) - Desigualdade 4/3 de Littlewood:

Pré-história da desigualdade de Bohnenblust–Hille

O símbolo $\mathbb{K}$ denotará o corpo dos reais ou complexos.

(1930, Quart. J. Math (Oxford)) - Desigualdade 4/3 de Littlewood:
Existe uma constante $C_{\mathbb{K},2} \geq 1$ tal que

$$\left(\sum_{i,j=1}^{N} |U(e_i, e_j)|^{\frac{4}{3}} \right)^{\frac{3}{4}} \leq C_{\mathbb{K},2} \|U\|$$

para qualquer forma bilinear $U : \ell_\infty^N \times \ell_\infty^N \to \mathbb{K}$ e qualquer inteiro positivo N.

Pré-história da desigualdade de Bohnenblust–Hille

O símbolo $\mathbb{K}$ denotará o corpo dos reais ou complexos.

(1930, Quart. J. Math (Oxford)) - Desigualdade 4/3 de Littlewood:
Existe uma constante $C_{\mathbb{K},2} \geq 1$ tal que

$$\left(\sum_{i,j=1}^{N} |U(e_i, e_j)|^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{3}{4}} \leq C_{\mathbb{K},2} \|U\|$$

para qualquer forma bilinear $U : \ell_\infty^N \times \ell_\infty^N \to \mathbb{K}$ e qualquer inteiro positivo N.

É sabido que o expoente $4/3$ não pode ser melhorado.

Pré-história da desigualdade de Bohnenblust–Hille

Para o caso de escalares reais sabemos que $\sqrt{2}$ é a melhor constante possível.....

Pré-história da desigualdade de Bohnenblust–Hille

Para o caso de escalares reais sabemos que $\sqrt{2}$ é a melhor constante possível.....

- (Littlewood, 1930): $C_{\mathbb{R},2} \geq \sqrt{2}$.

Pré-história da desigualdade de Bohnenblust–Hille

Para o caso de escalares reais sabemos que $\sqrt{2}$ é a melhor constante possível.....

- (Littlewood, 1930): $C_{\mathbb{R},2} \geq \sqrt{2}$.
- (D. Diniz, D.P, J. Seoane-Sepúlveda, G. Munoz-Fernández, Proc. AMS, a aparecer): $C_{\mathbb{R},2} = \sqrt{2}$.

Pré-história da desigualdade de Bohnenblust–Hille

Para o caso de escalares reais sabemos que $\sqrt{2}$ é a melhor constante possível.....

- (Littlewood, 1930): $C_{\mathbb{R},2} \geq \sqrt{2}$.
- (D. Diniz, D.P, J. Seoane-Sepúlveda, G. Munoz-Fernández, Proc. AMS, a aparecer): $C_{\mathbb{R},2} = \sqrt{2}$.

Para o caso complexo o melhor valor da constante não é conhecido....

Pré-história da desigualdade de Bohnenblust–Hille

Para o caso de escalares reais sabemos que $\sqrt{2}$ é a melhor constante possível.....

- (Littlewood, 1930): $C_{\mathbb{R},2} \geq \sqrt{2}$.
- (D. Diniz, D.P, J. Seoane-Sepúlveda, G. Munoz-Fernández, Proc. AMS, a aparecer): $C_{\mathbb{R},2} = \sqrt{2}$.

Para o caso complexo o melhor valor da constante não é conhecido....

....sabe-se que não é maior que $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$.

A Desigualdade de Bohnenblust–Hille

A Desigualdade de Bohnenblust–Hille

(1931, Annals of Mathematics) - H.F. Bohnenblust e E. Hille melhoram a desigualdade 4/3 de Littlewood para formas multilineares:

A Desigualdade de Bohnenblust–Hille

(1931, Annals of Mathematics) - H.F. Bohnenblust e E. Hille melhoram a desigualdade 4/3 de Littlewood para formas multilineares:

Para todo inteiro positivo n existe uma constante $C_{\mathbb{K},n} \geq 1$ tal que

A Desigualdade de Bohnenblust–Hille

(1931, Annals of Mathematics) - H.F. Bohnenblust e E. Hille melhoram a desigualdade 4/3 de Littlewood para formas multilineares:

Para todo inteiro positivo n existe uma constante $C_{\mathbb{K},n} \geq 1$ tal que

$$\left(\sum_{i_1,\ldots,i_n=1}^{N} \left| U(e_{i_1},\ldots,e_{i_n}) \right|^{\frac{2n}{n+1}} \right)^{\frac{n+1}{2n}} \leq C_{\mathbb{K},n} \|U\| \qquad (1)$$

para toda forma n-linear $U : \ell_\infty^N \times \cdots \times \ell_\infty^N \to \mathbb{K}$ e todo inteiro positivo N.

A Desigualdade de Bohnenblust–Hille

- O expoente $\frac{2n}{n+1}$ não pode ser melhorado.

A Desigualdade de Bohnenblust–Hille

- O expoente $\frac{2n}{n+1}$ não pode ser melhorado.

- Até pouco tempo atrás, pouco se sabia sobre os valores ótimos das constantes $C_{\mathbb{K},n}$ e seu comportamento assintótico.

A Desigualdade de Bohnenblust–Hille

- O expoente $\frac{2n}{n+1}$ não pode ser melhorado.
- Até pouco tempo atrás, pouco se sabia sobre os valores ótimos das constantes $C_{\mathbb{K},n}$ e seu comportamento assintótico.
- Veremos, a partir de agora, o que há de novo sobre as constantes $C_{\mathbb{K},n}$...

A desigualdade polinomial de Bohnenblust–Hille

A desigualdade de Bohnenblust–Hille tem uma versão natural para polinômios homogêneos.

A desigualdade polinomial de Bohnenblust–Hille

A desigualdade de Bohnenblust–Hille tem uma versão natural para polinômios homogêneos.

Nesse contexto a busca de melhores constantes para o caso complexo, além de seu interesse intrínseco, mostrou-se de fundamental importância para a solução de problemas concretos envolvendo séries de Dirichlet.

A desigualdade polinomial de Bohnenblust–Hille

A desigualdade de Bohnenblust–Hille tem uma versão natural para polinômios homogêneos.

Nesse contexto a busca de melhores constantes para o caso complexo, além de seu interesse intrínseco, mostrou-se de fundamental importância para a solução de problemas concretos envolvendo séries de Dirichlet.

Um marco nessa direção é o recente artigo (caso complexo):

A desigualdade polinomial de Bohnenblust–Hille

A desigualdade de Bohnenblust–Hille tem uma versão natural para polinômios homogêneos.

Nesse contexto a busca de melhores constantes para o caso complexo, além de seu interesse intrínseco, mostrou-se de fundamental importância para a solução de problemas concretos envolvendo séries de Dirichlet.

Um marco nessa direção é o recente artigo (caso complexo):

A. Defant et al., The Bohnenblust-Hille inequality for homogeneous polynomials is hypercontractive, Annals of Mathematics **174** (2011), 485–497.

As constantes da desigualdade de Bohnenblust–Hille

A hipercontratividade de desigualdade polinomial de Bohnenblust–Hille significa que....

As constantes da desigualdade de Bohnenblust–Hille

A hipercontratividade de desigualdade polinomial de Bohnenblust–Hille significa que....

....existe uma constante C tal que as constantes n-ésimas da desigualdade são dominadas por C^n, i.e.,

$$C_n \leq C^n.$$

As constantes da desigualdade de Bohnenblust–Hille

A hipercontratividade de desigualdade polinomial de Bohnenblust–Hille significa que....

....existe uma constante C tal que as constantes n-ésimas da desigualdade são dominadas por C^n, i.e.,

$$C_n \leq C^n.$$

No nosso caso (multilinear), de acordo com as estimativas conhecidas para $C_{\mathbb{K},n}$, deveríamos esperar o mesmo....

Estimativas históricas para as constantes (caso multilinear complexo)

Estimativas históricas para as constantes (caso multilinear complexo)

1931: H. F. Bohnenblust e E. Hille

$$C_{\mathbb{C},m} \leq m^{\frac{m+1}{2m}} \left(\sqrt{2}\right)^{m-1}$$

Estimativas históricas para as constantes (caso multilinear complexo)

1931: H. F. Bohnenblust e E. Hille

$$C_{\mathbb{C},m} \leq m^{\frac{m+1}{2m}} \left(\sqrt{2}\right)^{m-1}$$

1973 (A.M. Davie, J. London Math. Soc.) e 1978 (S. Kaijser, Studia Math.)

$$C_{\mathbb{C},m} \leq \left(\sqrt{2}\right)^{m-1}$$

Estimativas históricas para as constantes (caso multilinear complexo)

1931: H. F. Bohnenblust e E. Hille

$$C_{\mathbb{C},m} \leq m^{\frac{m+1}{2m}} \left(\sqrt{2}\right)^{m-1}$$

1973 (A.M. Davie, J. London Math. Soc.) e 1978 (S. Kaijser, Studia Math.)

$$C_{\mathbb{C},m} \leq \left(\sqrt{2}\right)^{m-1}$$

1995 (H. Queffelec, J. Analyse)

$$C_{\mathbb{C},m} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)^{m-1}$$

Estimativas para as constantes (caso multilinear complexo)

	2013	1995	1978	1931
C_3		≈ 1.27	2	≈ 4.160
C_4		≈ 1.44	≈ 2.828	≈ 6.726
C_5		≈ 1.62	4	≈ 10.506
C_6		≈ 1.83	≈ 5.657	≈ 16.088
C_7		≈ 2.06	8	≈ 24.322
C_8		≈ 2.33	≈ 11.314	≈ 36.442
C_9		≈ 2.63	16	≈ 54.232
C_{10}		≈ 2.96	≈ 22.627	≈ 80.283
C_{15}		≈ 5.43	128	≈ 542.574
C_{100}		$\approx 1.56 \cdot 10^5$	$\approx 7.9 \cdot 10^{14}$	$\approx 8.14 \cdot 10^{15}$

...essas estimativas podem ser melhoradas?...

... mas veremos que algo as estimativas anteriores não nos contam toda a história....

Estimativas para as constantes (caso multilinear complexo)

	2013*	1995	1978	1931
C_3	≈ 1.24	≈ 1.27	2	≈ 4.160
C_4	≈ 1.32	≈ 1.44	≈ 2.828	≈ 6.726
C_5	≈ 1.40	≈ 1.62	4	≈ 10.506
C_6	≈ 1.47	≈ 1.83	≈ 5.657	≈ 16.088
C_7	≈ 1.53	≈ 2.06	8	≈ 24.322
C_8	≈ 1.58	≈ 2.330	≈ 11.314	≈ 36.442
C_9	≈ 1.63	≈ 2.63	16	≈ 54.232
C_{10}	≈ 1.68	≈ 2.96	≈ 22.627	≈ 80.283
C_{11}	≈ 1.73	≈ 3.346	32	≈ 118.354
C_{12}	≈ 1.77	≈ 3.775	≈ 45.425	≈ 173.869
C_{13}	≈ 1.81	≈ 4.260	64	≈ 254.680
C_{14}	≈ 1.85	≈ 4.807	≈ 90.509	≈ 372.128
C_{15}	≈ 1.88	≈ 5.425	128	≈ 542.574
C_{16}	≈ 1.91	≈ 6.121	≈ 181.019	≈ 789.612
C_{100}	≈ 3.30	$\approx 1.56 \cdot 10^5$	$\approx 7.9 \cdot 10^{14}$	$\approx 8.14 \cdot 10^{15}$

* D. Nuñez-Alarcón, D.P. and J.B. Seoane-Sepúlveda, (Journal of Functional Analysis, 2013, a aparecer)

Como foram obtidas as novas estimativas?

A demonstração é bastante técnica.... vejamos apenas a fórmula obtida para as constantes:

A fórmula das novas estimativas

Theorem (D. Nuñez-Alarcón, D.P. e J.B. Seoane-Sepúlveda, JFA 2013, a aparecer)

Se $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, *então, usando a notação* $\widetilde{A_p} = \left(\Gamma\left(\frac{p+2}{2}\right)\right)^{\frac{1}{p}}$, *as seguintes constantes satisfazem a desigualdade de Bohnnenblust–Hille:*

A fórmula das novas estimativas

Theorem (D. Nuñez-Alarcón, D.P. e J.B. Seoane-Sepúlveda, JFA 2013, a aparecer)

Se $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, *então, usando a notação* $\widetilde{A_p} = \left(\Gamma\left(\frac{p+2}{2}\right)\right)^{\frac{1}{p}}$, *as seguintes constantes satisfazem a desigualdade de Bohnnenblust–Hille:*

$$C_1 = 1,$$

A fórmula das novas estimativas

Theorem (D. Nuñez-Alarcón, D.P. e J.B. Seoane-Sepúlveda, JFA 2013, a aparecer)

Se $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, *então, usando a notação* $\widetilde{A_p} = \left(\Gamma\left(\frac{p+2}{2}\right)\right)^{\frac{1}{p}}$, *as seguintes constantes satisfazem a desigualdade de Bohnnenblust–Hille:*

$$C_1 = 1,$$

e, para m par,

$$C_m = \frac{C_{m/2}}{\left(\widetilde{A_{\frac{2m}{m+2}}}\right)^{m/2}}$$

A fórmula das novas estimativas

Theorem (D. Nuñez-Alarcón, D.P. e J.B. Seoane-Sepúlveda, JFA 2013, a aparecer)

Se $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, *então, usando a notação* $\widetilde{A_p} = \left(\Gamma\left(\frac{p+2}{2}\right)\right)^{\frac{1}{p}}$, *as seguintes constantes satisfazem a desigualdade de Bohnnenblust–Hille:*

$$C_1 = 1,$$

e, para m par,

$$C_m = \frac{C_{m/2}}{\left(\widetilde{A_{\frac{2m}{m+2}}}\right)^{m/2}}$$

e, para m ímpar,

$$C_m = \left(\frac{C_{\frac{m-1}{2}}}{\left(\widetilde{A_{\frac{2m-2}{m+1}}}\right)^{\frac{m+1}{2}}}\right)^{\frac{m-1}{2m}} \left(\frac{C_{\frac{m+1}{2}}}{\left(\widetilde{A_{\frac{2m+2}{m+3}}}\right)^{\frac{m-1}{2}}}\right)^{\frac{m+1}{2m}}.$$

Estimativas para o caso real

Para o caso real também obtivemos estimativas parecidas...com um crescimento similar....

Como crescem as constantes ótimas da desigualdade de Bohnenblust–Hille?

Como crescem as constantes ótimas da desigualdade de Bohnenblust–Hille?

Usando as estimativas anteriores (e estimativas similares que obtivemos para o caso real), provamos ainda em outro resultado:

Como crescem as constantes ótimas da desigualdade de Bohnenblust–Hille?

Usando as estimativas anteriores (e estimativas similares que obtivemos para o caso real), provamos ainda em outro resultado:

Theorem (D. Diniz, D.P., G. Muñoz e J.B. Seoane, Journal of Functional Analysis, 2012)

Como crescem as constantes ótimas da desigualdade de Bohnenblust–Hille?

Usando as estimativas anteriores (e estimativas similares que obtivemos para o caso real), provamos ainda em outro resultado:

Theorem (D. Diniz, D.P., G. Muñoz e J.B. Seoane, Journal of Functional Analysis, 2012)

As constantes ótimas que satisfazem a desigualdade (multilinear) de Bohnenblust–Hille têm um crescimento subexponencial, i.e.,

Como crescem as constantes ótimas da desigualdade de Bohnenblust–Hille?

Usando as estimativas anteriores (e estimativas similares que obtivemos para o caso real), provamos ainda em outro resultado:

Theorem (D. Diniz, D.P., G. Muñoz e J.B. Seoane, Journal of Functional Analysis, 2012)

As constantes ótimas que satisfazem a desigualdade (multilinear) de Bohnenblust–Hille têm um crescimento subexponencial, i.e.,

dado $C > 1$, existe N tal que $C_n < C^n$ sempre que $n > N$.

Como crescem as constantes ótimas da desigualdade de Bohnenblust–Hille?

Recentemente, em um trabalho ainda não publicado, em colaboração com D. Nuñez-Alarcón, mostramos que

Como crescem as constantes ótimas da desigualdade de Bohnenblust–Hille?

Recentemente, em um trabalho ainda não publicado, em colaboração com D. Nuñez-Alarcón, mostramos que

Theorem (preprint)

As constantes ótimas que satisfazem a desigualdade (multilinear) de Bohnenblust–Hille não têm um crescimento polinomial.

Como crescem as constantes ótimas da desigualdade de Bohnenblust–Hille?

Recentemente, em um trabalho ainda não publicado, em colaboração com D. Nuñez-Alarcón, mostramos que

Theorem (preprint)

As constantes ótimas que satisfazem a desigualdade (multilinear) de Bohnenblust–Hille não têm um crescimento polinomial.

Mais ainda:

Como crescem as constantes ótimas da desigualdade de Bohnenblust–Hille?

Theorem (preprint)

Se as constantes ótimas são da forma n^q, então

- $$0 \leq q \leq \log_2 \left(e^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\gamma} \right) \approx 0.30497.$$

  no caso de escalares complexos.

Como crescem as constantes ótimas da desigualdade de Bohnenblust–Hille?

Theorem (preprint)

Se as constantes ótimas são da forma n^q, então

- $$0 \leq q \leq \log_2 \left(e^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\gamma} \right) \approx 0.30497.$$

  no caso de escalares complexos.

- $$0 \leq q \leq \log_2 \left(\frac{e^{1 - \frac{1}{2}\gamma}}{\sqrt{2}} \right) \approx 0.526,$$

  no caso de escalares reais.

Quais seriam estimativas inferiores para as constantes de Bohnenblust–Hille?

Quais seriam estimativas inferiores para as constantes de Bohnenblust–Hille?

...estimativas inferiores?....temos contribuições apenas para o caso real

Quais seriam estimativas inferiores para as constantes de Bohnenblust–Hille?

...estimativas inferiores?....temos contribuições apenas para o caso real

Através de exemplos concretos, obtivemos ainda estimativas inferiores para as constantes de Bohnenblust–Hille (caso real)...ajudando na busca das constantes ótimas:

Quais seriam estimativas inferiores para as constantes de Bohnenblust–Hille?

...estimativas inferiores?....temos contribuições apenas para o caso real

Através de exemplos concretos, obtivemos ainda estimativas inferiores para as constantes de Bohnenblust–Hille (caso real)...ajudando na busca das constantes ótimas:

$$\begin{array}{rll} \sqrt{2} \leq & C_2 & \leq \sqrt{2} \\ 1.587 \leq & C_3 & \leq 1.782 \\ 1.681 \leq & C_4 & \leq 2 \\ 1.741 \leq & C_5 & \leq 2.298. \end{array}$$

(Proc. Amer. Math. Soc., to appear 2012)

Como foram obtidas as estimativas inferiores?

Como foram obtidas as estimativas inferiores?

Caso $m = 2$:

Seja

$$T_2 : \ell_\infty^2 \times \ell_\infty^2 \to \mathbb{R}$$

definida por

$$T_2(x, y) = x_1 y_1 + x_1 y_2 + x_2 y_1 - x_2 y_2.$$

Como foram obtidas as estimativas inferiores?

Caso $m = 2$:

Seja

$$T_2 : \ell_\infty^2 \times \ell_\infty^2 \to \mathbb{R}$$

definida por

$$T_2(x, y) = x_1 y_1 + x_1 y_2 + x_2 y_1 - x_2 y_2.$$

A partir desse exemplo obtemos

$$C_2 \geq 2^{1-\frac{1}{2}}$$

Caso $m = 3$:

Caso $m = 3$:

Consideramos $T_3 : \ell_\infty^4 \times \ell_\infty^4 \times \ell_\infty^4 \to \mathbb{R}$ dada por

$$T_3(x, y, z) =$$

$$(z_1+z_2)(x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 - x_2y_2)+(z_1-z_2)(x_3y_3 + x_3y_4 + x_4y_3 - x_4y_4).$$

Caso $m = 3$:

Consideramos $T_3 : \ell_\infty^4 \times \ell_\infty^4 \times \ell_\infty^4 \to \mathbb{R}$ dada por

$$T_3(x, y, z) =$$

$$(z_1+z_2)(x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 - x_2y_2)+(z_1-z_2)(x_3y_3 + x_3y_4 + x_4y_3 - x_4y_4).$$

A partir desse exemplo obtemos

$$C_3 \geq 2^{1-\frac{1}{3}}$$

Caso geral

Usando um processo indutivo, obtemos

$$C_n \geq 2^{1-\frac{1}{n}}$$

Caso geral

Usando um processo indutivo, obtemos

$$C_n \geq 2^{1-\frac{1}{n}}$$

Infelizmente (ou felizmente, para tornar a teoria mais interessante) a técnica acima não funciona no caso complexo...

Voltando ao começo.... as aplicações.....

Voltando ao começo.... as aplicações.....

....desde 1930 sabia-se que as estimativas para as constantes da Desigualdade de Bohnenblust–Hille, no caso polinomial complexo, tinham aplicações importantes dentro da matemática...

Voltando ao começo.... as aplicações.....

....desde 1930 sabia-se que as estimativas para as constantes da Desigualdade de Bohnenblust–Hille, no caso polinomial complexo, tinham aplicações importantes dentro da matemática...

....já o caso multilinear parecia ter apenas interesse puramente local, sem repercussões maiores....

Voltando ao começo.... as aplicações.....

....desde 1930 sabia-se que as estimativas para as constantes da Desigualdade de Bohnenblust–Hille, no caso polinomial complexo, tinham aplicações importantes dentro da matemática...

....já o caso multilinear parecia ter apenas interesse puramente local, sem repercussões maiores....

....principalmente o caso de escalares reais, até poucos meses atrás, era de menor importância dentro da teoria, pois só o caso complexo tinha aplicações....

Voltando ao começo.... as aplicações.....

.....mas, em agosto de 2012, A. Montanaro, da Centre for Quantum Information and Foundations, Universidade de Cambridge, encontrou aplicações explícitas das estimativas que obtivemos para as constantes multilineares (caso real) em teoria da informação quântica....

Voltando ao começo.... as aplicações.....

.....mas, em agosto de 2012, A. Montanaro, da Centre for Quantum Information and Foundations, Universidade de Cambridge, encontrou aplicações explícitas das estimativas que obtivemos para as constantes multilineares (caso real) em teoria da informação quântica....

A. Montanaro, Some applications of hypercontractive inequalities in quantum information theory, arXiv:1208.0161 [quant-ph].

Voltando ao começo.... as aplicações.....

.....mas, em agosto de 2012, A. Montanaro, da Centre for Quantum Information and Foundations, Universidade de Cambridge, encontrou aplicações explícitas das estimativas que obtivemos para as constantes multilineares (caso real) em teoria da informação quântica....

A. Montanaro, Some applications of hypercontractive inequalities in quantum information theory, arXiv:1208.0161 [quant-ph].

no seu artigo aparece.... "...and a recent result of Pellegrino and Seoane-Sepulveda giving general lower bounds on the classical bias obtainable in multiplayer XOR games..."

Voltando ao começo.... as aplicações.....

.....mas, em agosto de 2012, A. Montanaro, da Centre for Quantum Information and Foundations, Universidade de Cambridge, encontrou aplicações explícitas das estimativas que obtivemos para as constantes multilineares (caso real) em teoria da informação quântica....

A. Montanaro, Some applications of hypercontractive inequalities in quantum information theory, arXiv:1208.0161 [quant-ph].

no seu artigo aparece.... "...and a recent result of Pellegrino and Seoane-Sepulveda giving general lower bounds on the classical bias obtainable in multiplayer XOR games..."

...mas....por favor, não me perguntem sobre detalhes das aplicações, porque ainda não tive tempo de tentar entendê-las.....

Esta palestra foi baseada em 3 trabalhos recentes:

Esta palestra foi baseada em 3 trabalhos recentes:

Esta palestra foi baseada em 3 trabalhos recentes:

- D. Diniz, G.A. Muñoz-Fernández, D.P. and J.B. Seoane-Sepúlveda, The asymptotic growth of the constants in the Bohnenblust–Hille inequality is optimal, Journal of Functional Analysis 263 (2012), 415–428.

Esta palestra foi baseada em 3 trabalhos recentes:

- D. Diniz, G.A. Muñoz-Fernández, D.P. and J.B. Seoane-Sepúlveda, The asymptotic growth of the constants in the Bohnenblust–Hille inequality is optimal, Journal of Functional Analysis 263 (2012), 415–428.

- D. Diniz, G.A. Muñoz-Fernández, D.P. and J.B. Seoane-Sepúlveda, Lower bounds for the constants in the Bohnenblust–Hille inequality: the case of real scalars, Proceedings of the American Mathematical Society, in press.

Esta palestra foi baseada em 3 trabalhos recentes:

- D. Diniz, G.A. Muñoz-Fernández, D.P. and J.B. Seoane-Sepúlveda, The asymptotic growth of the constants in the Bohnenblust–Hille inequality is optimal, Journal of Functional Analysis 263 (2012), 415–428.

- D. Diniz, G.A. Muñoz-Fernández, D.P. and J.B. Seoane-Sepúlveda, Lower bounds for the constants in the Bohnenblust–Hille inequality: the case of real scalars, Proceedings of the American Mathematical Society, in press.

- D. Nuñez-Alarcón, D. Pellegrino and J.B. Seoane-Sepúlveda, On the Bohnenblust-Hille inequality and a variant to Littlewood's 4/3 inequality, Journal of Functional Analysis, in press.

Esta palestra foi baseada em 3 trabalhos recentes:

- D. Diniz, G.A. Muñoz-Fernández, D.P. and J.B. Seoane-Sepúlveda, The asymptotic growth of the constants in the Bohnenblust–Hille inequality is optimal, Journal of Functional Analysis 263 (2012), 415–428.

- D. Diniz, G.A. Muñoz-Fernández, D.P. and J.B. Seoane-Sepúlveda, Lower bounds for the constants in the Bohnenblust–Hille inequality: the case of real scalars, Proceedings of the American Mathematical Society, in press.

- D. Nuñez-Alarcón, D. Pellegrino and J.B. Seoane-Sepúlveda, On the Bohnenblust-Hille inequality and a variant to Littlewood's 4/3 inequality, Journal of Functional Analysis, in press.

MUITO OBRIGADO


H. F. Bohnenblust and E. Hille, On the absolute convergence of Dirichlet series, Ann. Math. **32** (1931), 600-622.


M. Braverman, Mark, K. Makarychev, Y. Makarychev and A. Naor, The Grothendieck constant is strictly smaller than Krivine's bound, preprint 2011.


A. Defant, L. Frerick, J. Ortega-Cerdà, M. Ounaïes and K. Seip, The Bohnenblust-Hille inequality for homogeneous polynomials is hypercontractive, Ann. of Math. (2) **174** (2011), 485–497.


A. Defant and D. Pérez-García, A tensor norm preserving unconditionality for L_p-spaces, Trans. Amer. Math. Soc. **360** (2008), 3287–3306.


A. Defant and P. Sevilla-Peris, A new multilinear insight on Littlewood's 4/3-inequality, J. Funct. Anal. **256** (2009), 1642–1664.


A. Defant, D. Popa and U. Schwarting, Coordenatewise multiple summing operators on Banach spaces, J. Funct. Anal. **259** (2010), 220–242.


A. Grothendieck, Résumé de la théorie metrique des produits tensoriels topologiques, Bol. Soc. Mat. São Paulo **8** (1953/1956), 1–79.


A. Grothendieck, Produits tensoriels topologiques et espaces nucléaires, Memoirs Acad. Math. Soc. **16**, 1955.


U. Haagerup, The best constants in Khinchine inequality, Studia Math. **70** (1982), 231–283.


U. Haagerup, A new upper bound for the complex Grothendieck constant, Israel J. Math. **60** (1987), 199-224.


S. Kaijser, Some results in the metric theory of tensor products, Studia Math. **63** (1978), 157-170.


J.-L. Krivine, Constantes de Grothendieck et fonctions de type positif sur les spheres, Advances in Mathematics 31 (1979), 16–30.


J.E. Littlewood, On bounded bilinear forms in an infinite number of variables, Quart. J. (Oxford Ser.) **1** (1930), 164–174.


D. Pellegrino and J.B. Seoane-Sepúlveda, New upper bounds for the constants in the Bohnenblust-Hille inequality, J. Math. Anal. Appl. 386 (2012), 300–307.


G. Pisier, Counterexamples to a conjecture of Grothendieck, Acta Math. **151** (1983), 181–208.


H. Queffélec, H. Bohr´s vision of ordinary Dirichlet series: old and new results, Journal of Analysis **3** (1995), 43–60.


N. Tomczak-Jaegermann, Banach-Mazur distances and finite-dimensional Operator Ideals, Longman Scientific and Technical, 1989.